



# Componentes de un sistema dinámico desde la perspectiva *DS*

Desde el punto de vista de la *DS*, un modelo está formado por los siguientes componentes:

- **Niveles, variables de nivel o stocks.** Corresponden a una variable del sistema cuyo valor varía con el tiempo. Ejemplos: Concentración atmosférica de  $\text{CO}_2$ , número de herbívoros en un ecosistema, concentración de As en un río... Hay que proporcionar valores iniciales.
- **Flujos o variables de flujo.** Son los únicos elementos que realmente actúan sobre los niveles y representan el aumento o disminución de cada nivel por unidad de tiempo. Se expresan en las unidades en las que se expresa el nivel por unidad de tiempo. Representan un flujo de materiales, energía o información en el sistema. En general, aquellos flujos que representen materiales o energía deben de cumplir principios de conservación (de la masa o de la energía), mientras que esta restricción no se aplica necesariamente a los flujos de información (no es imprescindible cumplir las instrucciones del profesor...). Las variables de flujo solamente dependen directamente de variables de nivel o auxiliares y no de otras variables de flujo.
- **Variables auxiliares, variables del sistema o conversores.** Permiten expresar los flujos en función de las variables de nivel u otras variables auxiliares. Pueden ser constantes, variables con el tiempo o ser funciones de otras variables de estado (multiplicadores o tablas).



## Otros componentes de los modelos *DS*

- **Variables independientes o exógenas.** Son variables que afectan al funcionamiento del sistema pero cuya evolución no se ve afectada por éste. Ejemplo: Variabilidad en la irradiancia solar al estudiar el efecto de la emisión de  $\text{CO}_2$  sobre la temperatura de la Tierra. Si estas variables son funciones del tiempo, sus valores se deben de suministrar para todos los instantes de tiempo en que se resuelve el modelo.
- **Parámetros.** Son magnitudes constantes –universales (gravedad, irradiancia solar) o constantes elegidas para ese sistema en base a análisis de datos observacionales (albedo terrestre, tasa de reproducción del oso panda en cautividad)– que se emplean en un sistema. Su distinción de las variables auxiliares es algo arbitraria, pero se emplea, básicamente, al hablar del análisis de sensibilidad.
- **Fuentes o sumideros.** Se emplean cuando el origen o el destino de un flujo es irrelevante para el estudio de un modelo y, además, no hay limitación práctica en ese nivel. Por ejemplo, la irradiancia solar en el estudio del efecto del  $\text{CO}_2$  en la temperatura del planeta.
- **Retardos.** Aparecen cuando la transmisión de información o materia no es inmediata, sino que se produce en unidades de tiempo mayores que las empleadas como base para la solución de las ecuaciones de evolución durante la simulación. En este caso, deben existir variables predeterminadas (condiciones iniciales) en instantes de tiempo anteriores al cero.



## Ejemplos de componentes de sistemas dinámicos

1. [Población de naufragos en una isla desierta \(DW2000\)](#). Población y recursos son **variables de estado**. Los nacimientos, las defunciones, el consumo y la renovación de recursos son **variables de tipo flujo**. Las tasas de natalidad o mortalidad y el consumo de recursos *per capita* o la tasa natural de renovación de recursos son **convertidores**.
2. [El nivel del lago Mono \(Ford, 1999\)](#). El contenido de agua del lago es un **stock**. La evaporación, precipitación, el aporte neto mediante cursos de agua y el flujo subterráneo de agua son **flujos**. La tasa de precipitación, evaporación o evapotranspiración, la diversión de agua para consumo en Los Angeles o los sólidos disueltos son **convertidores** utilizados para calcular los flujos. El área superficial es un convertidor de tipo *multiplicador* porque es una función del contenido de agua del lago y modifica el valor de la evaporación.
3. [El flujo de DDT en la biosfera \(Ford, 1999\)](#). La masa de DDT en los suelos, la atmósfera, los ríos, el océano o el pescado son **stocks**. La masa de DDT aplicada al suelo como insecticida, la evaporación de DDT a la atmósfera, la degradación del DDT del suelo, la lluvia de DDT atmosférico al suelo, el transporte de DDT de los suelos a los ríos, entre otras, son **flujos**. Las tasas de evaporación o degradación del DDT en el suelo, la solubilidad del DDT, la tasa de excrección del DDT en el pescado, la masa de la capa de mezcla oceánica o la biomasa de pescado con **convertidores**.



## Etapas en la elaboración de un modelo *DS*

1. Desarrollo conceptual.
  - Estudio de trabajos previos, revisión de bibliografía.
  - Descripción del sistema.
  - Identificación de elementos fundamentales y sus relaciones.
  - Identificación de límites al sistema.
  - Diagrama causal cualitativo.
2. Formulación matemática.
  - Diagrama de Forrester.
  - Definición de cada magnitud. Código y unidades de variables y parámetros.
  - Planteamiento del sistema de ecuaciones de evolución.
3. Evaluación del modelo y contraste con la realidad.
  - Calibración
  - Análisis de sensibilidad
4. Utilización del modelo en simulación o diagnóstico.

El objetivo es llegar a la formulación de las ecuaciones de evolución de un sistema dinámico mediante una estrategia en fases (diagrama causal, diagrama de Forrester) que permite enfrentarse en pasos sencillos a esa tarea compleja.

El esquema anterior no representa, en ningún caso, un proceso secuencial, sino que existen revisiones de etapas anteriores a medida de los resultados obtenidos en cada momento.



## Diagrama causal

En este tipo de grafos o diagramas se preparan frases cortas que describen los elementos del sistema a estudio y que ocupan los vértices del grafo. Se preparan además flechas que indican las influencias causales entre esos elementos. Con objeto de aumentar la información, a las flechas se les añaden signos que indican el signo de la influencia de cada elemento sobre el otro. Se utiliza un  $+$  ( $-$ ) en cada flecha  $A \rightarrow B$  si un cambio en  $A$  produce un cambio del mismo (distinto) signo en  $B$ . Los signos **NO** implican una relación temporal ( $A$  antes de  $B$ ), sino una relación **causal**.

Diagrama causal básico de un sistema presa–predador

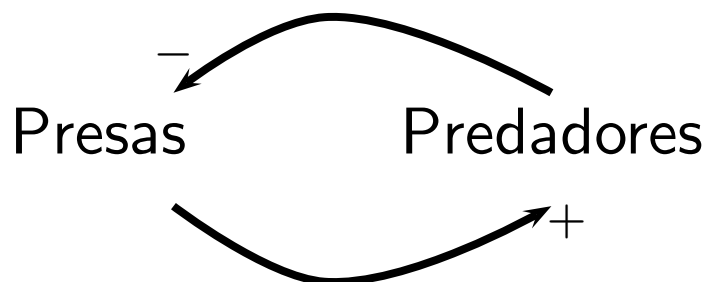
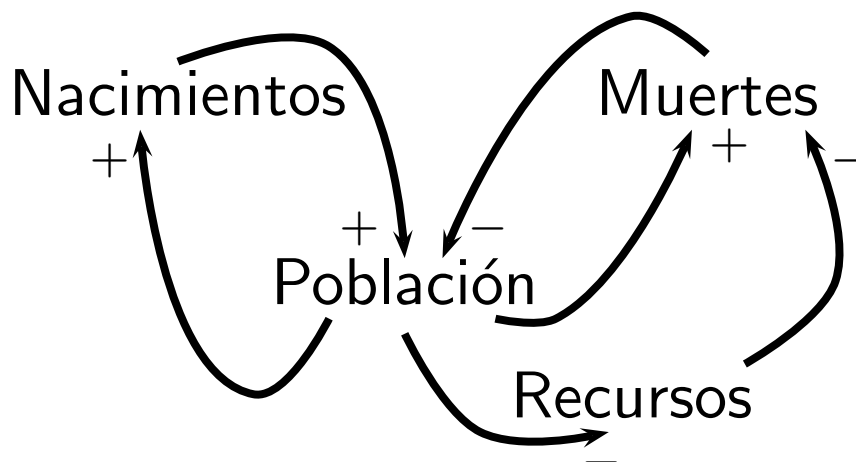


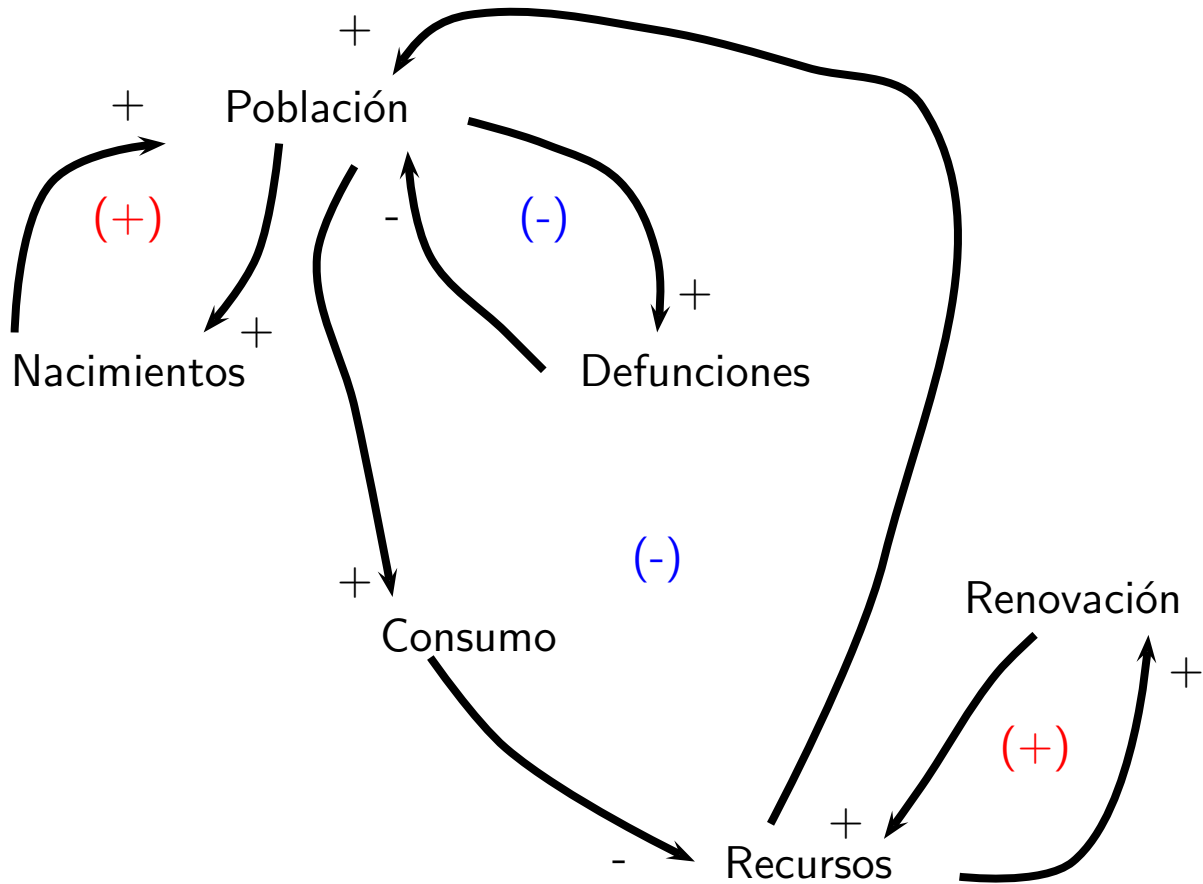
Diagrama causal básico de un sistema demográfico





## Diagrama causal: “Náufragos en una isla desierta”

Diagrama causal correspondiente al ejemplo de los náufragos en una isla desierta (DW2000).





## Consejos para crear un diagrama causal

- Los elementos deben ser variables cuyo valor puede variar con el tiempo.
  - Evitar el uso de verbos en los elementos. Presas es correcto. Aumento de presas es incorrecto.
  - Especificar claramente el signo de la variable en su nombre. A poder ser, el nombre debe especificar un *signo positivo*. Temperatura es mejor que FRIO.
- Ampliar el diagrama con causas y efectos colaterales que aparezcan en el análisis del sistema a medida que éste es analizado.
- Si la cadena entre dos elementos consecutivos es muy compleja y requiere explicaciones orales o escritas detalladas, es necesario incluirlas de forma explícita en el diagrama.
- Limitar el diagrama causal a la estructura más simple posible.

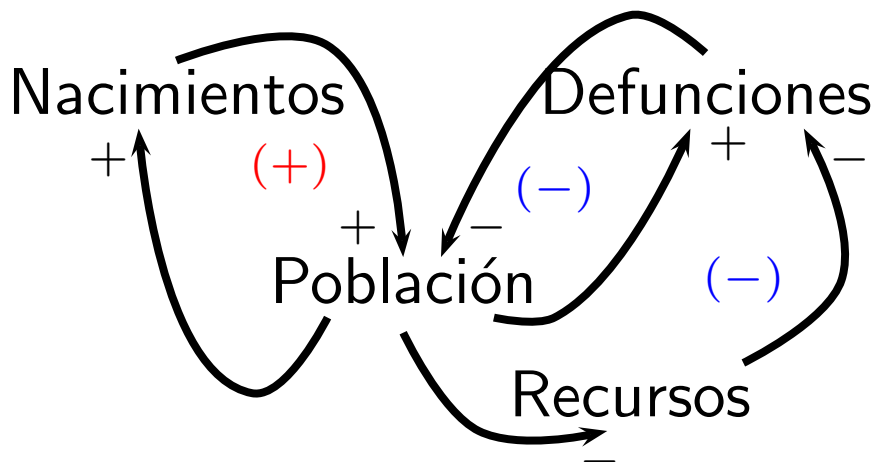


## Bucle de realimentación

Un bucle de realimentación es una cadena cerrada de causas y efectos en un diagrama causal. A cada bucle cerrado se le asigna un signo  $+$  o  $-$  calculando el producto algebraico de todos los signos ( $+1$  o  $-1$ ) que incluye:

- Un ciclo es positivo ( $+$  entre paréntesis) si todas las relaciones tienen signo  $+$  o existe un número par de relaciones  $-$ .
- Un ciclo es negativo ( $-$  entre paréntesis) si existe un número impar de relaciones  $-$ .

Bucles de realimentación en un sistema demográfico



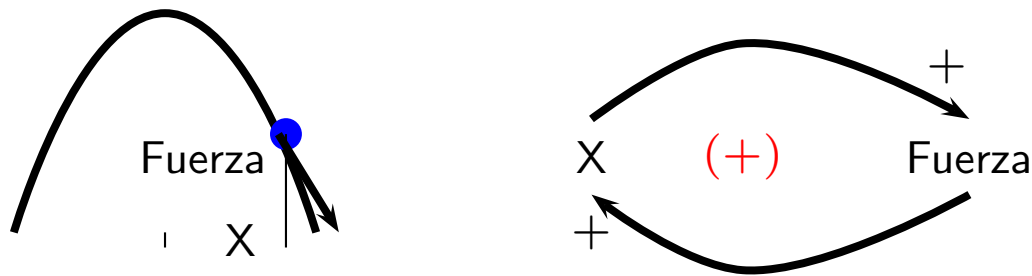
La existencia de bucles de realimentación y las características de los mismos (positivos o negativos) marca de forma cualitativa la evolución posible del sistema incluso antes de formular las ecuaciones para sistemas sencillos (1 bucle). Si existen diversos bucles combinados, es imposible predecir a partir solamente de argumentos cualitativos el comportamiento del sistema.



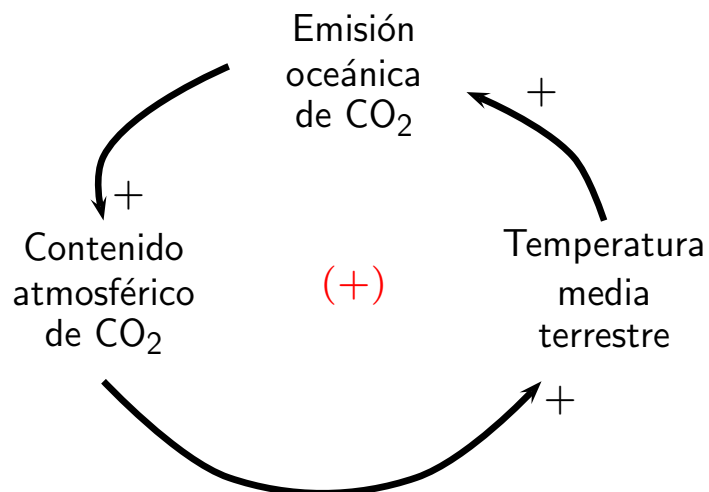
## El bucle de realimentación positivo

En el caso de un bucle de realimentación positivo, si aparece un desplazamiento de la condición de equilibrio, todos los elementos implicados en un bucle de este tipo actúan de tal manera que fuerzan un aumento en el desplazamiento de la condición de equilibrio y el sistema produce mayor perturbación y desplazamiento respecto al equilibrio. El sistema es inestable y es el paradigma de un proceso de crecimiento.

Partícula en lo alto de una cima.



La realimentación positiva T-CO<sub>2</sub>.

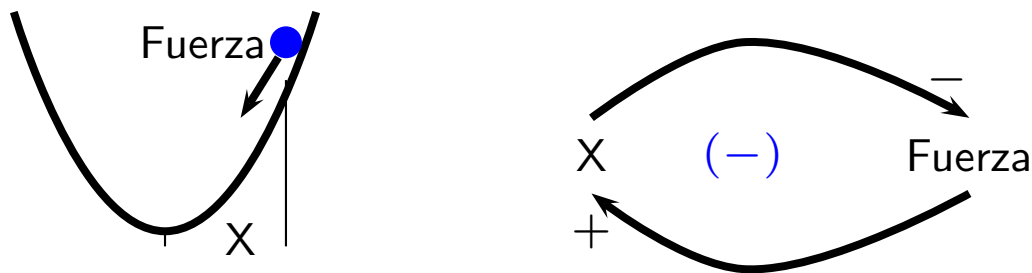




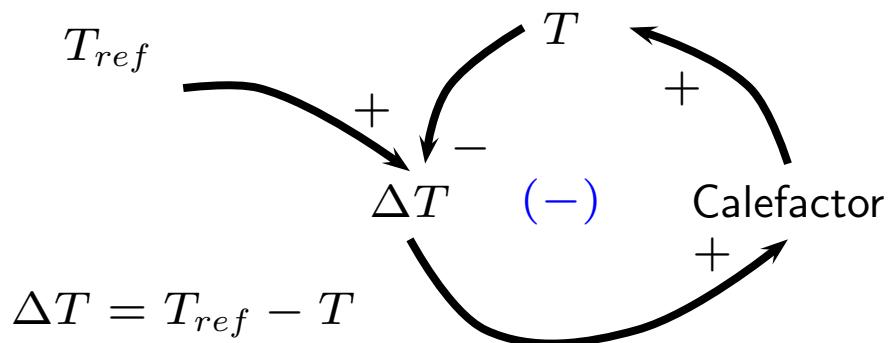
## El bucle de realimentación negativo

El comportamiento correspondiente a un bucle de realimentación negativo es muy sencillo. Si existe un desplazamiento de la condición de equilibrio, todos los elementos implicados en un bucle de este tipo actúan de tal manera que contrarrestan el desplazamiento de la condición de equilibrio y el sistema atenúa la perturbación, tendiendo hacia la condición de equilibrio. El sistema es estable y se autorregula.

Partícula en el fondo de un pozo.



Termostato regulador de temperatura





## Lista de variables y unidades

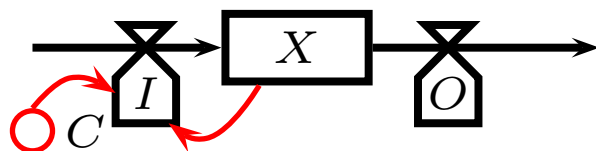
Una vez se han identificado las variables que representan los procesos implicados mediante el diagrama causal, hay que identificar a cada elemento por un nombre, y seleccionar unidades de medida para todas las variables implicadas. Conviene preparar una tabla como la que se adjunta para hacer un resumen descriptivo del sistema. Este resumen es importante para tener el modelo documentado, y para comprobar que todas las relaciones identificadas son dimensionalmente consistentes de cara a la simulación cuantitativa.

Nombre	Tipo	Unidades	Descripción
nacimientos	F	pers./año	Personas que nacen por año
natalidad	C	pers./año/pers.	Nacimientos anuales <i>per capita</i>
poblacion	S	pers.	Habitantes de una región
defunciones	F	pers./año	Personas que mueren por año
recursos	S	UR	Recursos disponibles para el consumo



## Diagrama de Forrester

Este tipo de diagrama es más completo que un diagrama causal. Es un paso intermedio entre el diagrama causal y el modelo matemático formal. Se clasifican las variables en tres tipos. Las **variables de nivel** o **estado** representan el estado del sistema. En ellas se acumulan los cambios habidos en el sistema en instantes de tiempo anteriores. Las **variables de flujo** representan flujos de material, energía o información entre los elementos del sistema. Los **convertidores** son variables auxiliares empleadas para calcular los flujos a partir de los niveles u otras variables exógenas, parámetros, tablas de valores (*multiplicadores*), etc...



Las variables de flujo  $I$  y  $O$  determinan las variaciones en la variable de estado  $X$  mediante la expresión:










$$\frac{dX}{dt} = I(t) - O(t),$$

con  $I$  el flujo de entrada y  $O$  el flujo de salida de la variable de estado  $X$ . La ecuación indica que la **variación** con el tiempo de  $X$  es igual al aumento de  $X$  debido al flujo de entrada  $I$  menos la disminución de  $X$  debido al flujo de salida  $O$ . La **única** manera de modificar el valor de una variable de estado es mediante variables de flujo.



# Simbología utilizada en los diagramas de Forrester

La Tabla adjunta representa los elementos básicos que constituyen un diagrama de Forrester, más los elementos alternativos mencionados anteriormente.

Símbolo	Nombre	Significado
	Variable de nivel	Acumulador de flujos
	Variable de flujo	Cuantificación de los procesos de cambio en las variables de estado
	Canal de material	Canal de transmisión de material. Requiere que se cumpla su conservación.
	Canal de información	Canal de transmisión de información. No requiere el cumplimiento de su conservación.
	Variable auxiliar	
	Variable exógena	Variable externa que actúa sobre el sistema.
	Constante	Parámetro constante.
	Nube	Fuente o sumidero inagotable.
	Retardo	Retardo de materiales o información en los flujos

NOTA: Los programas modernos de simulación ya no distinguen entre flujos de materiales o información.



## Formulación del modelo

Una vez se han identificado correctamente los flujos, variables de estado, etc.. se puede pasar a escribir las ecuaciones del modelo con objeto de llegar a una utilización cuantitativa del mismo. En términos generales, las ecuaciones descriptivas de la evolución de un sistema son derivaciones de la ecuación básica ya presentada, pero considerando todos los flujos de entrada y salida para cada variable de estado:

$$\frac{dX_i}{dt} = \sum_{j=1}^{N_{ij}} I_{ij} - \sum_{k=1}^{N_{ik}} O_{ik}.$$

De forma alternativa:

$$X_i(t_1) = X_i(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} \left[ \sum_{j=1}^{N_{ij}} I_{ij}(\tau) - \sum_{k=1}^{N_{ik}} O_{ik}(\tau) \right] d\tau,$$

donde  $X_i$  es la  $i$ -ésima variable de estado del sistema,  $I_{ij}$  es el flujo  $j$ -ésimo que **entra** al reservorio representado por la variable  $X_i$  y  $O_{ik}$  es el flujo  $k$ -ésimo que **sale** del reservorio  $i$ -ésimo,  $N_{ij}$  y  $N_{ik}$  son los números de flujos de entrada y salida a la variable de estado  $i$  y  $\tau$  es una variable de integración.

Las diferentes formulaciones empleadas en la solución numérica dependen del método empleado (de Euler, de Runge-Kutta, etc...) y se indicarán en el siguiente tema.